模糊理論與蒙地卡羅法之鮭魚存活率
不確定性分析比較

吳富春[1]　曾尹玢[2]

摘要

鮭鱒魚類具有溯游產卵之習性，礫石河床為其產卵與孵育之棲地，雌魚將魚卵產於礫石孔隙間，利用孔隙水流維持良好之孵化環境。然而大量之細砂入滲礫石河床，使孔隙水流速度減緩，阻礙溶氧傳輸及新陳代謝，造成鮭魚存活率之降低。過去相關研究已利用水力半徑模式、礫石河床雙層模式及孔隙水流速度與存活率經驗式建立鮭魚存活率預測模式。本研究利用模糊理論之α-cut法及蒙地卡羅模擬法探討鮭魚存活率之不確定性，針對模式之四個參數(即泥砂與礫石粒徑比、無因次水頭、礫石孔隙路徑比與泥砂比沈積量)進行鮭魚存活率之不確定性分析，並比較兩種方法所得結果之差異。本研究進一步將模式各參數之相關性及敏感度納入考量，提出改良式α-cut法，可改進模糊理論之不確定性分析結果。

Comparison of Fuzzy and Monte Carlo Methods in Uncertainty Analysis of Salmonid Embryo Survival

Wu, Fu-Chun[1], Yin-Phan Tsang[2]

Abstract

Natural gravel-bed streams provide spawning habitats for salmonids. The female releases fertilized eggs into the substrate where the intragravel flow maintains suitable environment for incubation. Fine sediment intrusion into the spawning gravels can significantly reduce substrate permeability and intragravel water velocities, thereby restricting the supply of oxygen and the removal of metabolic wastes, which causes adverse effect to the embryo survival. A quantitative model has been developed for predicting the embryo survival as a function of sediment deposition. This model integrates hydraulic radius model, two-layer model, and an empirical relationship between apparent velocity and survival rate. This study uses fuzzy α-cut method and Monte Carlo simulation to investigate the uncertainty of embryo survival associated with the model parameters (i.e., sediment-gravel size ratio, dimensionless pressure head, ratio of intragravel flow path, and specific sediment deposit). The results of these two methods are compared. A modified fuzzy α-cut method is proposed by incorporating the sensitivity analysis and the correlation between the parameters.

---

1 國立台灣大學農業工程學系副教授

2 國立台灣大學農業工程學系專題生

一、前言

天然礫石河川提供鮭鱒魚類(Salmonids)適當之產卵棲地(Spawning habitat)，雌魚在深潭—淺灘(Pool-riffle)交接處將魚卵產於礫石孔隙間，利用底床形貌所引發之孔隙水流維持魚卵孵化之良好環境。然而大量之細砂因人為或天然因素而入滲礫石河床使其孔隙堵塞，孔隙水流速度因而減緩，阻礙溶氧傳輸及新陳代謝，造成鮭魚存活率之大幅降低。過去之相關研究(Wu, 2000)已利用水力半徑模式、礫石河床雙層模式及孔隙水流速度與存活率經驗式建立鮭魚存活率量化模式，並可預測各種環境因子之變化對鮭魚存活率所造成之影響。鮭魚存活率模式中有三個參數及一個變數，三個參數分別為泥砂與礫石粒徑比(d_s/D_g)、無因次水頭(h/L_1)及孔隙水流路徑比(L_2/L_1)，一個變數則為泥砂比沈積量(Specific deposit, σ)，相關研究亦指出此三參數並非定值，具有其不確定性，而鮭魚存活率之改變在不同之泥砂比沈積量範圍內亦有不同之趨勢(Wu, 2000)，因此實有必要針對鮭魚存活率進行不確定性分析，以為後續棲地復育風險評估、管理與決策之依據。本研究利用模糊理論α-cut法及蒙地卡羅模擬法探討鮭魚存活率之不確定性，並比較兩種方法之結果差異。本研究進一步根據模式參數之相關性及敏感度分析之結果提出改良式α-cut法。

二、方法

2.1 模糊理論 α-cut 法

模糊理論利用從屬函數(Membership function)描述模糊數(Fuzzy number)之可能性(Likelihood or possibility)，而三角形或梯形為常用之從屬函數型式。α-cut法乃利用各參數在同一可能性水準所對應之上、下限值計算模式之輸出結果，並探討其不確定性(如圖一所示)，步驟如下：

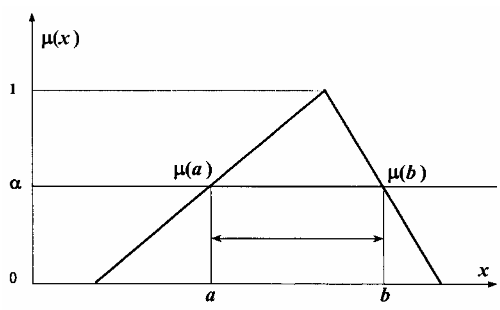
(1) 選擇一從屬函數值α (即可能性α)。

(2) 找出各參數X_i對應於α之下限值a與上限值b。

(3) 利用所有參數X_i之上、下限值計算模式之輸出結果$f(X_1,\ldots,X_k)$。

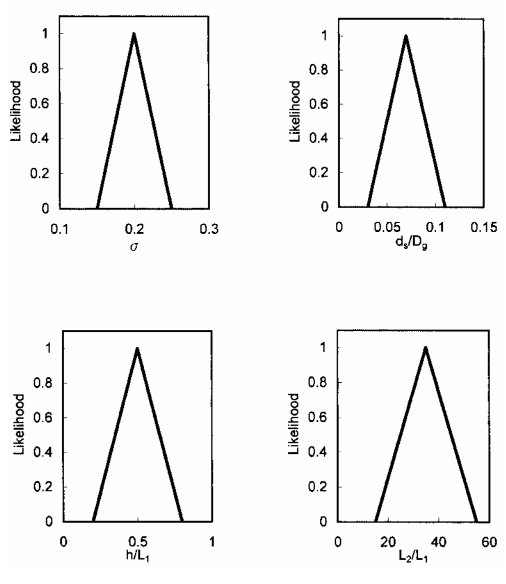
(4) 所有之$f(X_1,\ldots,X_k)$中最小及最大值即為模式輸出結果對應於α之下限值與上限值。

(5) 重複其他α值。



圖一 模糊理論α-cut法示意圖

根據相關文獻資料(Wu, 2000)，本研究採用各參數之從屬函數如圖二所示。



圖二 各參數之從屬函數

2.2 蒙地卡羅模擬法

蒙地卡羅法利用電腦製造大量符合給定機率分布之隨機變數進行模擬，並以其結果進行不確定性分析，步驟如下：

(1) 給定模式各參數之機率分布型式。

(2) 每一次試驗(Run)，依據各參數之機率分布製造m個隨機變數。

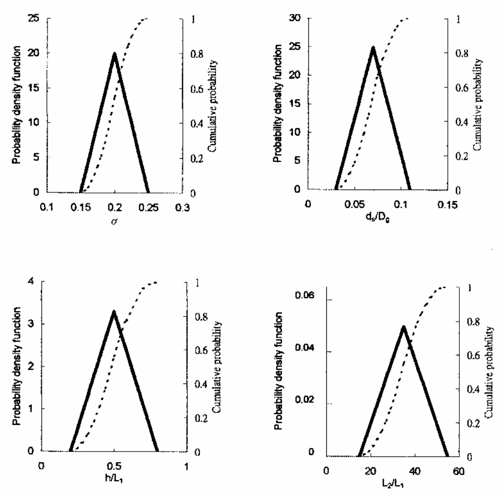
(3) 使用一組參數進行一次模擬(Simulation or realization)。

(4) 利用隨機參數組重覆m次模擬。

(5) 重覆n次試驗。

(6) 利用m×n個模擬結果進行分析。

為使參數之不確定性與α-cut法中參數之從屬函數有一致之型式，本研究乃採用三角形機率分布，各參數之機率密度函數(pdf)與累積機率函數(CDF)如圖三所示。

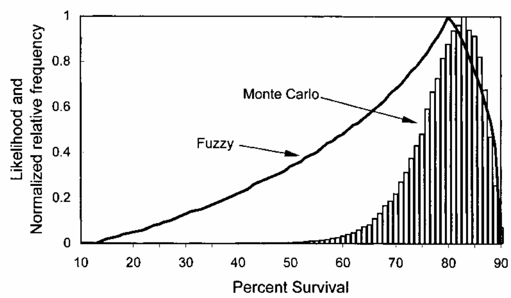


圖三 各參數之機率密度函數與累積機率函數

三、結果與討論

3.1 α-cut 法與蒙地卡羅模擬法

圖四所示為α-cut法與蒙地卡羅模擬之存活率結果分布，其中α-cut法之結果為存活率之從屬函數(即可能性)，而蒙地卡羅法之結果則為轉換之正規化相對頻率，以方便結果之比較。圖中顯示兩種方法所得之結果非常吻合，α-cut法計算所得之最可能存活率為80%，而蒙地卡羅法模擬結果顯示相對頻率最高之存活率介於82~83%之間，兩者相當一致。α-cut法計算所得之存活率範圍介於13~90%之間，而蒙地卡羅模擬所得之存活率範圍介於30~90%之間，顯示α-cut法之結果較為保守。此一趨勢在低存活率之區域尤為明顯，蒙地卡羅法之模擬結果在存活率50%以下之相對出現頻率甚低(幾乎為0)，然而α-cut法之結果在存活率50%時仍有0.3以上之可能性，其所預測之低存活率範圍一直延伸至15%以下，在此範圍內，α-cut法計算所得之可能性均高於蒙地卡羅模擬結果之相對出現頻率甚多，足見其保守之趨勢。



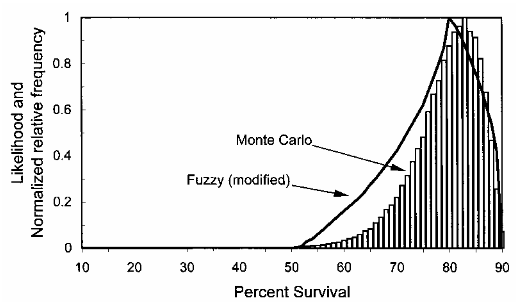
圖四 α-cut法與蒙地卡羅法之結果比較

3.2 改良式 α-cut 法

前述α-cut法之保守趨勢主要源自於各參數之上、下限值組合出現較不合理之搭配，因α-cut法之存活率在每一可能性α之上、下限值均採用其各種參數組合計算所得結果之最大與最小值，然而產生這些最大與最小值結果之參數上、下限值組合未必非常合理，即參數間之相關性必須納入考慮，做為選擇存活率上、下限之依據。根據研究結果(Wu and Huang, 2000)可歸納模式各參數與變數之相關性矩陣如表一所示，其中h/L_1與d_s/D_g成正相關，L_1/L_2與d_s/D_g、h/L_1均成負相關，而σ與d_s/D_g、h/L_1成正相關，與L_1/L_2成負相關。因此各參數之上、下限值組合若有違背這些趨勢時，其計算結果理論上可以刪去。然而根據組合式敏感度分析結果顯示泥砂與礫石粒徑比d_s/D_g為模式之最敏感參數，且其在無因次水頭h/L_1為上限值時又是影響幅度最大者，因此在h/L_1為上限值時，去除σ與d_s/D_g之相關性不合者即可得到較為合理之存活率上、下限值，如圖五所示。此一改良式α-cut法係將模式參數之相關性及敏感度納入考慮，並利用組合式敏感度分析之結果做為捨去不合理參數組合之依據，因此可獲得較為合理之結果。

表一 各參數相關性矩陣(+ - 表示正負相關)

參數	d_s/D_g	h/L_1	L_2/L_1	σ
d_s/D_g	1.0	+	-	+
h/L_1		1.0	-	+
L_2/L_1			1.0	-
σ				1.0



圖五 改良式α-cut法與蒙地卡羅法之結果比較

四、結論

本研究利用模糊理論α-cut法與蒙地卡羅模擬法進行鮭魚存活率之不確定性分析。研究比較顯示兩種方法所得到之結果在最可能存活率之估計方面相當一致，然而α-cut法因包含所有參數上、下限值之組合，故其結果趨於保守。本研究根據參數間之相關性及敏感度分析結果提出捨去不合理各參數組合之改良式α-cut法，所得到之結果與蒙地卡羅模擬之結果非常吻合，而且其計算步驟較為簡便，若配合模式參數之相關性與敏感度分析結果，可為一具有實用性之不確定性分析方法。

參考文獻

1. Wu, Fu-Chun, 2000, "Modeling Embryo Survival Affected by Sediment Deposition into Salmonid Spawning Gravels: Application to Flushing Flow Prescriptions", Water Resources Research, Vol. 36, No. 6, pp.1595-1603.
2. Wu, Fu-Chun, H.T. Huang, 2000, "Hydraulic Resistance Induced by Deposition of Sediment in Porous Medium", Journal of Hydraulic Engineering, ASCE, Vol. 126, No. 7, pp.547-551.