

# 以蒙地卡羅模擬探討非飽和土壤異質性 對入滲之影響

## Investigation of the Influence of Unsaturated Soil Heterogeneity on Infiltration by Monte Carlo Simulation

吳 富 春

FU-CHUN WU

國立台灣大學農業工程學系所助理教授  
兼水工試驗所助理研究員

沈 易 徵

YI-CHENG SHEN

國立台灣大學農業工程學研究所  
碩士

### 摘 要

本文利用蒙地卡羅模擬法探討非飽和土壤異質性對入滲之影響。本研究建立一非飽和土壤水數值模式，模式經驗證後，應用於土壤水分入滲模擬，本文以蒙地卡羅法產生土壤特性隨機參數，利用數值模擬結果探討非飽和土壤異質性之影響，並與定率模擬結果比較。模擬結果顯示，土壤水分入滲受土壤異質性影響會有減緩之趨勢，土層中存在不同透水性之土壤時，垂直入滲率受到透水性較小土壤之影響較鉅。經由序率模擬，可得到入滲率之平均值、涵蓋範圍及機率分布型態，研究結果顯示入滲率在異質性土壤中之機率分布型態符合常態分布。本研究另以序率模擬之入滲率累積機率曲線探討定率模擬及經驗公式所求得之入滲率，結果顯示定率模擬及經驗公式高估入滲率之機率相當高。

**關鍵詞：**非飽和土壤，異質性，地下水，入滲，蒙地卡羅模擬。

### ABSTRACT

This paper investigates the influence of unsaturated soil heterogeneity on infiltration by Monte Carlo simulation. An unsaturated groundwater flow model is developed; the calibrated model is then applied to seepage flow simulation. This study adopts Monte Carlo method to generate stochastic parameters of soil characteristics and investigate the influence of soil heterogeneity on infiltration. The results of stochastic simulation are compared with those of conventional deterministic approach. The results reveal that soil heterogeneity inhibits seepage flow. The seepage flow is governed by the soil with less permeability rather than that with greater one as various soil classes exist. The range, mean value, and probability distribution of the infiltration rate can be obtained with stochastic simulations. It is revealed that the infiltration rate is normal-distributed. The cumulative probability curves of the infiltration rate are used to investigate the results of deterministic simulation as well as empirical formula. It is indicated that the probability for the deterministic simulation and empirical formula to overestimate infiltration rate is rather high.

**Keywords:** Unsaturated soil, Heterogeneity, Groundwater, Infiltration, Monte Carlo simulation.

## 一、前言

非飽和土壤之入滲現象受到非線性土壤特性參數之影響甚鉅 (van Genuchten, 1980)，因此非飽和地下水數值模擬必須針對土壤物理參數做合理的推估，方能有效模擬土壤水份之移動。然而自然界之土壤多具有異質性 (heterogeneity)，地下水數值模擬常因土壤資料不足而無法充分反映其異質性效應，本研究乃利用蒙地卡羅法 (Monte Carlo method) 產生土壤特性隨機參數，並針對數值模擬結果探討土壤異質性對入滲所造成之影響。

非飽和土壤水數值模式一般以理查方程式為基礎 (Hillel, 1980)，並根據不同之變數形式將其轉換為  $h$  型、 $\theta$  型或混合型之控制方程式。Freeze (1971) 曾利用  $h$  型之理查方程式模擬三維之非飽和土壤水流動；Haverkamp *et al.* (1977)、Celia *et al.* (1987) 及 Yeh (1987) 亦利用不同之有限差分法或有限元素法尋求理查方程式之數值解。目前常用之地下水模式如 SWATRE (Belmans *et al.*, 1983)、SAWAH (Ten Berge *et al.*, 1995)、VAMOS (Bornhoft, 1994) 以及 FEMWATER (Yeh, 1987) 等，能有效模擬多層飽和—非飽和土壤水滲流情形，這些模式多可以處理異質異向之介質，本研究乃參考上述文獻之模式理論，建立一地下水數值模式。

過去三十多年來，序率模式已被廣泛應用於分析土壤空間分布對水流及傳輸過程之影響 (Gelhar, 1993)，其中蒙地卡羅法最常被用來分析異質性土壤之地下水流況 (例如 Warren and Price, 1961; Freeze, 1975; Delhomme, 1979)。蒙地卡羅法可用以模擬具特定機率分布之隨機變數問題 (Melching and Anmangandla, 1992)，van der Zee and Boesten (1991) 曾利用蒙地卡羅模擬探討土壤異質性對污染物傳輸之影響；Franke and Teutsch (1994) 利用蒙地卡羅模擬導水係數及孔隙率等物理特性參數之異質性，並結合污染物傳輸模式與地下水模式進行污染物傳輸模擬。然而過去之研究大多針對飽和層土壤異質性對地下水流之影響進行探討，因此本文之重點在於非飽和土壤之異質性對入滲之影響。由於蒙地卡羅法不牽涉序率微分方程式，根據 Gelhar (1993) 指出蒙地卡羅法之最大優點在於它沒有引入隨機參數之微小變量假設，因此

對變化量大之土壤特性 (如導水係數) 較能符合實際之情況。然而蒙地卡羅法卻具有下列三項可能之誤差來源：(1) 以特定機率分布製造隨機參數僅為一種近似程序；(2) 使用隨機參數所求得之數值解僅為一種近似解；(3) 以有限個數之蒙地卡羅模擬樣本進行分析會導致某種程度之統計誤差。至於非飽和土壤物理參數彼此間之相關性可利用 Der Kiureghian and Liu (1985) 之半經驗公式將獨立隨機變數轉換成具相關性之隨機變數以進行地下水滲流之序率模擬。以下針對非飽和土壤水模式及蒙地卡羅模擬進行說明。

## 二、非飽和土壤水模式

### (1) 控制方程式

本研究利用  $h$  型理查方程式進行飽和—非飽和土壤水流動之垂直二維數值模擬，控制方程式可表示如下：

$$C_w \cdot \frac{\partial h}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \cdot (K_w \cdot \frac{\partial h}{\partial x}) + \frac{\partial}{\partial z} \cdot (K_w \cdot \frac{\partial h}{\partial z}) \quad (1)$$

式中  $h$ ：總水頭 [cm]

$x$ ：水平座標 (往右為正) [cm]

$z$ ：垂直座標 (往上為正) [cm]

$K_w$ ：導水係數 [cm/day]

$C_w$ ：比水容積 [cm<sup>3</sup>/cm<sup>3</sup>·cm],  $C_w = \partial \theta / \partial h$

$\theta$ ：體積含水量 [cm<sup>3</sup>/cm<sup>3</sup>]

其中含水量公式可表示如下 (van Genuchten, 1980)：

$$\theta(h) = \theta_r + \frac{(\theta_s - \theta_r)}{\{1 + [\alpha \cdot (|h - z|)]^n\}^m} \quad (2)$$

式中  $\theta_s$ ：飽和含水量 [cm<sup>3</sup>/cm<sup>3</sup>]

$\theta_r$ ：殘餘含水量 [cm<sup>3</sup>/cm<sup>3</sup>]

$\alpha$ ：曲線形狀因子— [1/cm]

$n$ ：曲線形狀因子二 [無因次],  $m = 1 - 1/n$ 。

比水容積可表示如下：

$$C_w(h) = \frac{\alpha \cdot n \cdot m \cdot [\alpha \cdot (h - z)]^{n-1}}{\{1 + [\alpha \cdot (|h - z|)]^n\}^{m+1}} \quad h < z$$

$$C_w(h) = 0 \quad h \geq z$$

非飽和土壤導水係數如下所示 (van Genuchten, 1980)：

$$K_w(h) = K_s \cdot \sqrt{\theta_k} \cdot [1 - (1 - \theta_k^{1/m})^m]^2$$

$$\theta_k = \frac{1}{\{1 + \alpha [(h-z)]^n\}^m} \quad h < z \quad (4)$$

$$\theta_k = 1 \quad h \geq z$$

式中  $K_s$  為飽和導水係數 [cm/day]。

## (2) 數值方法

本研究採用 LSOR (Line Successive Over-Relaxation) 之隱式疊代法 (Young, 1962) 進行數值模擬，控制方程式之差分式表示如下：

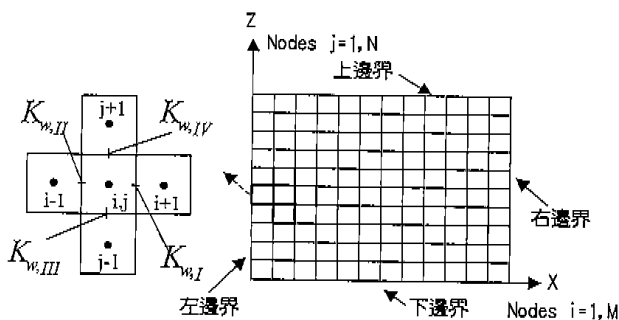
$$\begin{aligned} & \left\{ \frac{1}{\Delta x_i} \cdot [K_{w,I} \cdot \left( \frac{1}{\Delta x_i + \Delta x_{i+1}} (h_{i+1}^{k+1} + h_{i+1}^k - h_i^{k+1} - h_i^k) \right) \right. \\ & \quad \left. - K_{w,II} \cdot \left( \frac{1}{\Delta x_i + \Delta x_{i-1}} ((h_{i-1}^{k+1} + h_{i-1}^k - h_i^{k+1} - h_i^k)) \right) \right\}_j \\ & + \left\{ \frac{1}{\Delta z_j} \cdot [K_{w,III} \cdot \left( \frac{1}{\Delta z_j + \Delta z_{j+1}} ((h_{j+1}^{k+1} + h_{j+1}^k - h_j^{k+1} - h_j^k)) \right) \right. \\ & \quad \left. - [K_{w,IV} \cdot \left( \frac{1}{\Delta z_j + \Delta z_{j-1}} ((h_{j-1}^{k+1} + h_{j-1}^k - h_j^{k+1} - h_j^k)) \right)] \right\}_i \\ & = [C_w(h_v)] \cdot \left( \frac{h^{k+1} - h^k}{\Delta t^k} \right)_{i,j} \quad (5) \end{aligned}$$

式中  $i$ 、 $j$  及  $k$  分別代表水平、垂直格網點及時間指標， $h_v$  為  $k$  時至  $(k+1)$  時格點  $(i,j)$  之總水頭平均值，而  $K_{w,I}$  至  $K_{w,IV}$  分別代表格點  $(i,j)$  與四個相鄰格點之平均導水係數 (如圖一所示)，以  $K_{w,I}$  為例，計算方法如下：

$$K_{w,I} = \Delta x_{i,j} \cdot (K_{w,(i,j)} \left( \frac{h_{i,j}^{k+1} + h_{i,j}^k}{2} \right) \Delta x_{i+1,j} \cdot (K_{w,(i+1,j)} \left( \frac{h_{i+1,j}^{k+1} + h_{i+1,j}^k}{2} \right)) / (\Delta x_{i,j} + \Delta x_{i+1,j}) \quad (6)$$

式(5)可整理如下：

$$A \cdot h_{i+1,j}^{k+1} + B \cdot h_{i-1,j}^{k+1} + C \cdot h_{i,j+1}^{k+1} + D \cdot h_{i,j-1}^{k+1} + E \cdot h_{i,j}^{k+1} = F \quad (7)$$



圖一 數值模式格網及節點示意圖

式中  $A$  至  $E$  為各未知項之係數， $k$  時之水頭分布與邊界條件為已知，列入  $F$  計算。將模擬區域分成  $M \times N$  個格網，並整理成矩陣形式如下：

$$[Coef.]_{MN \times MN} [h^{k+1}]_{MN} = [F]_{MN} \quad (8)$$

利用矩陣解法可求得  $(k+1)$  時各格點之水頭  $h_{i,j}^{k+1}$ 。由於 LSOR 法將參數 (如導水係數及比水容積) 以定值帶入，以求得簡化之線性方程式，計算時必須利用預測修正法求解。預測水頭  $h_{(pred)i,j}^{k+1}$  可由下式得之：

$$h_{(pred)i,j}^{k+1} = (T_{k+1} + 1) \cdot h_{i,j}^k - T_{k+1} \cdot h_{i,j}^{k-1}$$

$$T_{k+1} = \frac{\Delta t^{k+1}}{2 \cdot \Delta t^k} \quad (9)$$

利用預測水頭  $h_{(pred)i,j}^{k+1}$  與已知  $h_{i,j}^k$  求得導水係數及比水容積代入模式中解出新的水頭  $h_{(calc)i,j}^{k+1}$ ，並將預測水頭修正為  $h_{(calc)i,j}^{k+1}$  反覆求解至要求精度，則可得到  $(k+1)$  時之水頭分布。

## (3) 網格與時距大小

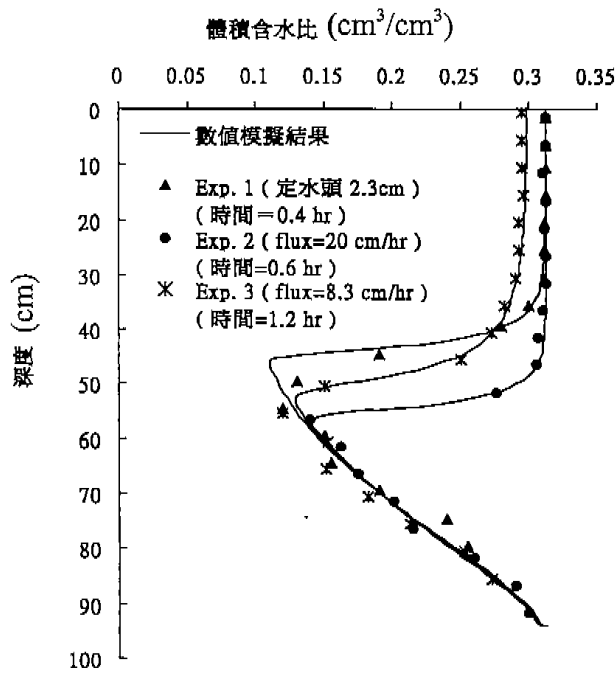
由於本研究所發展之數值模式為隱式模式，故無數值穩定性之問題，但數值模擬應要求質量平衡之穩定性 (Zabra, 1990)，因此本文以質量守恆比 ( $MR$ ) 檢查  $\Delta x$ 、 $\Delta z$  及  $\Delta t$  之設定是否適當，其定義如下：

$$\text{質量守恆比}(MR) = \frac{\text{模擬區域中增加之質量}}{\text{模擬區域之淨流通質量}} \quad (10)$$

本文以  $0.95 \leq MR \leq 1.05$  為可接受之範圍，若質量守恆比不在此範圍內，則必須重新設定時距及格網大小。利用此一方式，模擬時可使用較大之時距，在不失模擬精度之原則下縮短計算時間。

## (4) 模式驗證

本研究採用 Torma and Vauclin (1986) 的實驗資料驗證數值模式。實驗之三種邊界條件分別為：(1) 定水頭 2.3 cm；(2) 定流量 20 cm/hr；(3) 定流量 8.3 cm/hr，實驗量測土壤體積含水量  $\theta$  之變化。模式使用之水力傳導係數及保水特性曲線參數分別為： $K_s = 15.4$  cm/day、 $\alpha = 0.044$  cm<sup>-1</sup>、 $n = 2.2$ 、 $\theta_s = 0.312$  cm<sup>3</sup>/cm<sup>3</sup>、 $\theta_r = 0.0265$  cm<sup>3</sup>/cm<sup>3</sup>。數值模擬結果與實驗資料比較如圖二所示。圖中顯示本研究所發展之地下水數值模式模擬結果均能與實驗數據吻合，且三種模擬之  $MR$  值分別為 100.6



圖二 數值模擬結果與實驗資料之比較

%、100.01%、99.98%，顯示模式對於飽和與非飽和交界處之質量守恆處理良好，證實模式可有效模擬非飽和土壤水流動，因此本研究將利用此一模式探討土壤異質性對滲流之影響。

### 三、蒙地卡羅模擬

蒙地卡羅法通常應用於製造已知或假定機率分布之隨機變數，利用重複模擬可得到大量之模擬結果以進行統計分析。本研究利用蒙地卡羅法產生土壤物理特性隨機參數，並將此隨機參數套入非飽和土壤水模式中進行數值模擬。在製造隨機參數時可區分為獨立變數與相關變數兩種情況，分別說明如下：

#### (1)獨立變數之蒙地卡羅法

##### 步驟一：已知機率分布之隨機變數產生

應用蒙地卡羅法時首先必須產生符合已知機率分布之隨機變數，若隨機變數  $X$  之累積機率函數 (CDF) 為  $F(x)$ ，則在累積機率  $F(x)=u$  時，隨機變數  $x$  值可以逆推法求得：

$$x = F^{-1}(u) \quad (11)$$

式中  $u$  介於 0 與 1 之間，且具有均勻分布之特性，故隨機變數  $U$  之機率密度函數 (PDF) 與累積機率

函數具有標準均勻分布之型態。利用亂數產生器可產生一組標準均勻分布之隨機變數  $U$ ，經由式(11)可將  $u$  轉換為  $x$ 。

##### 步驟二：隨機變數之方差減小

蒙地卡羅模擬結果之誤差隨樣本數目增多而減小，但除了增加樣本數目外，Ang and Tang (1984) 提到可利用特定方法減小隨機變數之方差，本研究採用對比變數法 (antithetic variates) 以減低隨機變數之方差。

##### 步驟三：隨機變數之檢定

當符合特定機率分布之隨機變數製造完成後，必須經由檢定過程檢查隨機變數是否符合特定機率分布型態，本研究以 K-S 檢定 (Kolmogorov-Smirnov test) 檢查所製造之隨機變數。

#### (2)相關變數之蒙地卡羅法

由於土壤之各項物理特性參數具有相關性，並非完全獨立，故本研究藉由多變數蒙地卡羅法產生具相關性之隨機參數。兩隨機變數  $X_i$  及  $X_j$  之相關係數  $\rho_{ij}$  可經由其在標準常態空間之相關性轉換而得 (Nataf, 1962)，如下所示：

$$\rho_{ij} = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \left( \frac{x_i - \mu_i}{\sigma_i} \right) \left( \frac{x_j - \mu_j}{\sigma_j} \right) \cdot \phi_{ij}(y_i, y_j, \rho_{ij}^*) dy_i dy_j \quad (12)$$

式中  $Y_i$  與  $Y_j$  為標準常態空間之兩相關隨機變數， $X_i$  及  $X_j$  則為符合特定邊際機率分布之兩隨機變數。 $\rho_{ij}^*$  為  $Y_i$  與  $Y_j$  之相關係數， $\mu_i$ 、 $\mu_j$  及  $\sigma_i$ 、 $\sigma_j$  分別為  $X_i$  及  $X_j$  之均值及標準偏差， $\phi_{ij}$  則是雙變數標準常態機率密度函數 (bivariate standard normal PDF)。  $X_i$  與  $Y_i$  符合下列關係：

$$y_i = \Phi^{-1}[F_i(x_i)] \quad (13)$$

式中  $\Phi$ ：標準常態累積機率函數

$F_i$ ： $X_i$  之累積機率函數

上式顯示  $X_i$  與  $Y_i$  具有相同之累積機率值。同理  $X_j$  與  $Y_j$  亦具有相同之特性。

若兩隨機變數  $X_i$  與  $Y_j$  之相關係數  $\rho_{ij}$  及其邊際機率分布為已知，則可根據 Der Kiureghian and Liu (1985) 所提出之方法，得到兩相關隨機變數。其主要原理乃是利用式(12)將兩個具有相關性  $\rho_{ij}^*$  之標準常態隨機變數  $Y_i$  及  $Y_j$  轉換成具有相關性係數  $\rho_{ij}$  之隨機變數  $X_i$  及  $X_j$ 。根據 Der Kiureghian and Liu (1985) 所提出之半經驗公式，可求得標準常態

隨機變數  $Y_i$  及  $Y_j$  之相關係數  $\rho_{ij}^*$  如下：

$$\rho_{ij}^* = T_{ij} \cdot \rho_{ij} \quad (14)$$

式中  $T_{ij}$  乃根據兩變數之邊際機率分布型態、相關係數及變異係數所求得之轉換因子。相關變數之蒙地卡羅法步驟如下：

步驟一：標準常態空間獨立變數  $Z_i$  之產生

利用前述之獨立變數產生法，產生獨立之標準常態隨機變數  $Z$ 。

步驟二：標準常態空間之轉換

根據式(14)將已知多變數之相關性矩陣  $R_X$  轉換為標準常態空間之相關性矩陣  $R_Y$ 。利用 Cholesky 分解可得到  $R_Y$  之正交轉換控制矩陣  $L$ 。利用正交轉換可將獨立之標準常態隨機變數  $Z$  轉換為具相關性矩陣  $R_Y$  之標準常態隨機變數  $Y$ ，如下式：

$$\begin{aligned} R_Y &= LL^T \\ Y &= L \cdot Z \end{aligned} \quad (15)$$

步驟三：逆轉換

將步驟(二)所得到具相關性  $R_Y$  的標準常態變數  $Y$ ，利用式(13)逆轉換如下：

$$X = F^{-1}[\Phi(Y)] \quad (17)$$

便可將標準常態變數  $Y$  轉換成具有相關性  $R_X$  及已知邊際機率分布之隨機變數  $X$ 。

本研究利用上述三個步驟，將標準常態空間之獨立變數  $Z$  轉換成已知邊際機率分布之變數  $X$ ，在轉換過程中，本研究以 K-S 檢定檢查所產生之隨機變數是否符合其機率分布，並檢查隨機變數間之相關性是否符合所設定之相關性矩陣  $R_X$ 。

#### 四、案例研究

本研究利用三種不同案例探討土壤異質性對入滲之影響。數值模擬分為定率模擬與序率模擬兩種方式。所謂定率模擬乃是將土壤物理特性參數以常數輸入模式，故同一種土壤層具有相同之土壤物理特性參數；而序率模擬則是將土壤特性參數以隨機變數輸入模式中，變數在空間中是以隨機方式分布，故序率模擬需經由多次模擬結果求得其平均趨勢。本研究探討之三案例分別說明如下：

案例一：利用獨立變數之蒙地卡羅模擬探討飽和導

水係數  $K_s$  之異質性及機率分布型態對入滲之影響。

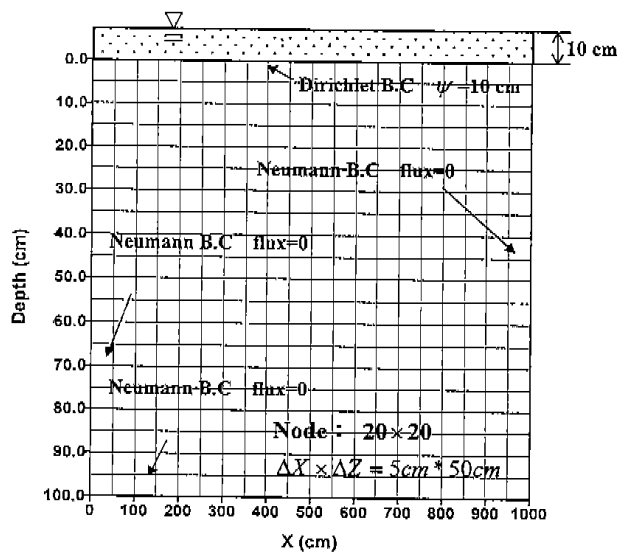
案例二：利用相關變數之蒙地卡羅法製造土壤特性參數  $K_s$ 、 $\alpha$ 、 $n$ 、 $\theta_s$  及  $\theta_r$  之隨機變數，探討土壤物理特性參數異質性之影響，並改變  $K_s$  之變異係數，探討異質性大小對模擬結果之影響。

案例三：利用彰化田中試驗田之現地土壤特性進行數值模擬，並考慮土壤特性參數之異質性，探討定率模擬與序率模擬結果之差異。

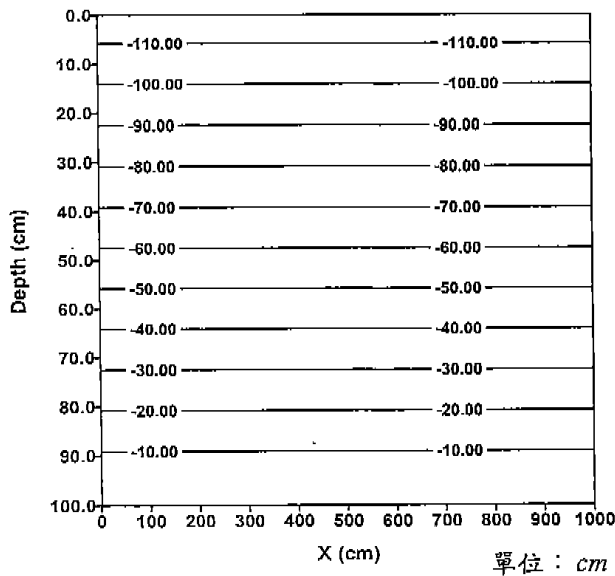
(1) 案例一：探討飽和導水係數  $K_s$  之異質性及機率分布型態對入滲之影響

本研究所採用之土壤物理特性參數共有五項(即  $K_s$ 、 $\alpha$ 、 $n$ 、 $\theta_s$  及  $\theta_r$ )，目前研究認為土壤物理特性參數中以飽和導水係數  $K_s$  之變異性較大(van der Zee and Boesten, 1991; Franke, and Teutsch, 1994)，故在本案例中僅以飽和導水係數  $K_s$  當成序率參數，利用獨立變數之蒙地卡羅法製造土壤飽和導水係數之隨機變數，探討土壤異質性對入滲之影響。

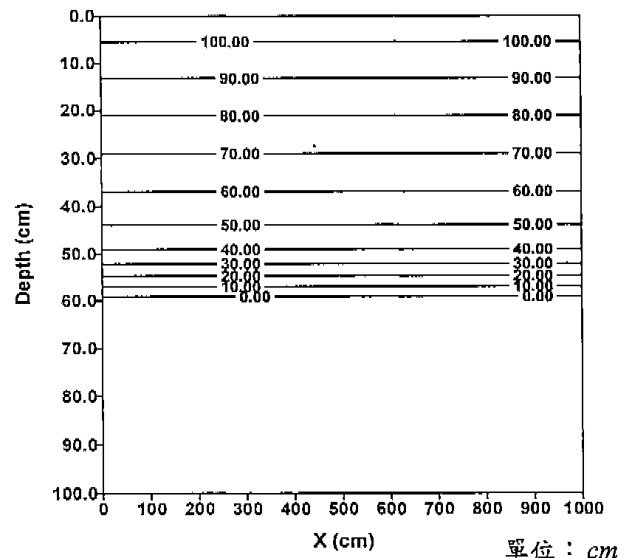
本案例利用 Touma and Vauclin (1986) 實驗之土壤特性進行數值模擬，模擬區域、網格及邊界設定如圖三所示，模擬區域為三面封閉之土層，上層維持 10 cm 之蓄水。本案例假設土層為不可壓縮之等向性土壤，起始條件乃參考 Touma and Vauclin (1986) 之實驗資料，土壤水壓  $\psi$  之起始值由上往下遞增(如圖四所示)，數值模擬之時距  $\Delta t$



圖三 案例一之模擬範圍及格網圖



圖四 案例一之土壤水壓 $\psi$ 起始條件



(a)定率模擬

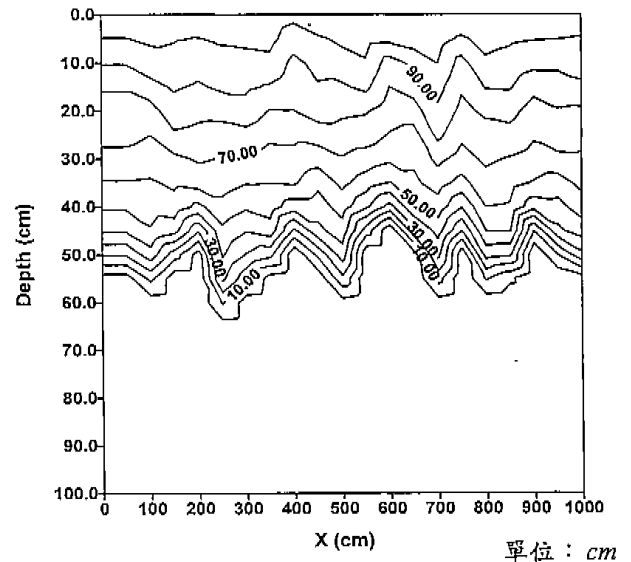
為10.8 sec，因模擬區域較小，為使入滲不受下邊界之影響，僅模擬150個時距，總模擬時間為1620 sec，模擬結果說明如下：

#### (I) 定率模擬

根據 Touma and Vauclin (1986) 實驗所採用之土壤，其飽和導水係數及保水特性曲線參數設定為： $K_s=396.6$  cm/day、 $\alpha=0.044$  cm<sup>-1</sup>、 $n=2.2$ 、 $\theta_s=0.312$  cm<sup>3</sup>/cm<sup>3</sup>、 $\theta_r=0.0265$  cm<sup>3</sup>/cm<sup>3</sup>。圖五(a)為模擬時間1620 sec之總水頭等值線分布圖，圖五(a)顯示土壤水份僅垂直入滲，並無側流現象。入滲率隨時間改變，本研究將總模擬時間分為10個時區，計算蓄水斷面( $Z=0$ )在每一時區內之平均入滲率(cm/day)，如圖六所示，圖六顯示開始時土壤入滲率較大，此乃因非飽和土壤之起始負壓與邊界之水壓間巨大的水力梯度造成非飽和土壤開始時吸水能力較強，當地表土層漸趨飽和後，入滲率亦趨於穩定，並逐漸減低，模擬時間1620 sec之總入滲量為13.8 cm，平均入滲率為736 cm/day，在時間1458 sec至1620 sec間之穩定入滲率約達474 cm/day。

#### (II) 序率模擬

案例一之序率模擬僅將 $K_s$ 設為隨機參數，其均值為定率模擬所使用之值，變異係數(CV)設為0.5，考慮 $K_s$ 之機率分布型態分別為(i)對數常態(Log-Normal)分布；(ii)均勻(Uniform)分布；(iii)伽瑪(Gamma)分布，以探討飽和導水係數 $K_s$ 之異質性對模擬結果之影響，說明如下：

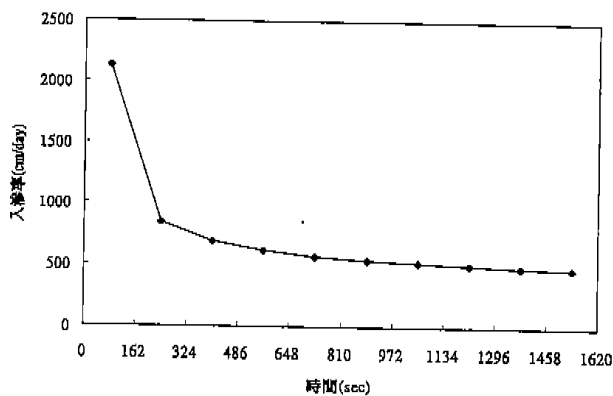


(b)序率模擬

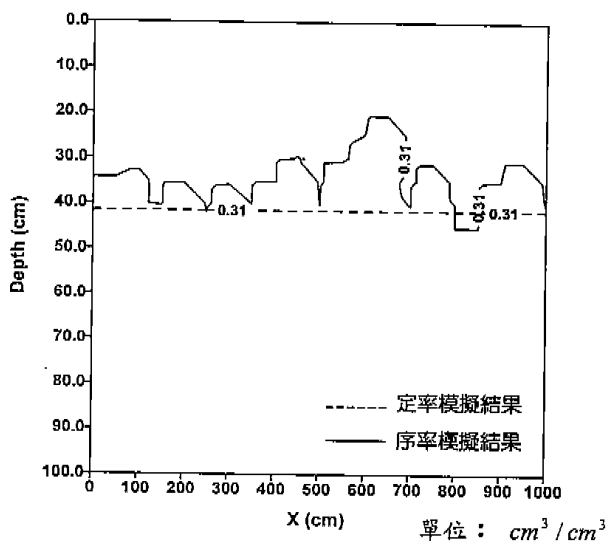
圖五 案例一模擬所得之總水頭 $h$ 分布(模擬時間1620 sec)

(a) 圖五(b)為序率模擬結果之隨機選取樣本，為模擬時間1620 sec之總水頭 $h$ 等值線分布圖，圖中顯示土壤異質性影響土壤水份之入滲，雖然垂直入滲之趨勢仍在，但呈現非均勻入滲情況。圖七則是定率與序率模擬之飽和線( $\theta_s=0.31$  cm<sup>3</sup>/cm<sup>3</sup>)到達位置比較圖，由圖中亦可看出導水係數之異質性造成入滲不均勻之現象。

(b) 每一次蒙特卡羅模擬均可產生一入滲率變

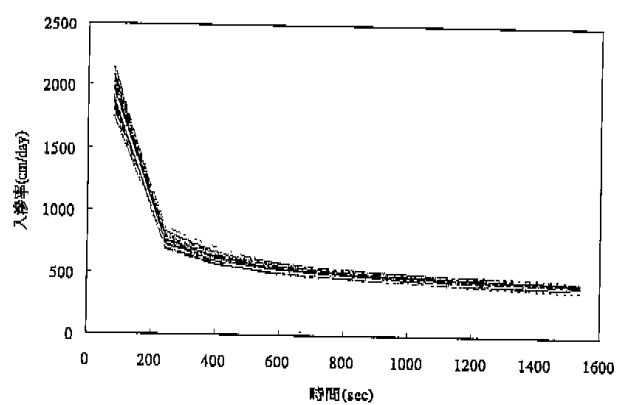


圖六 案例一定率模擬之平均入滲率變化 ( $Z=0$ )



圖七 案例一飽和線位置 (模擬時間 1620 sec)

化曲線 (如圖八所示)，經由多次模擬可求得其平均趨勢，因此模擬次數之多寡影響結果分析之準確性。本案例針對  $K_s$  為 Log-Normal 分布之情形，將模擬次數與所求得之平均入滲率整理成表一。由表中數據可看出模擬 400 次、600 次及 800 次之結果僅有微小差異，事實上模擬 100 次與模擬 800 次之結果，其差異亦僅在 5% 以內。此結果係因在每次模擬時雖然會重新製造 400 個 (20



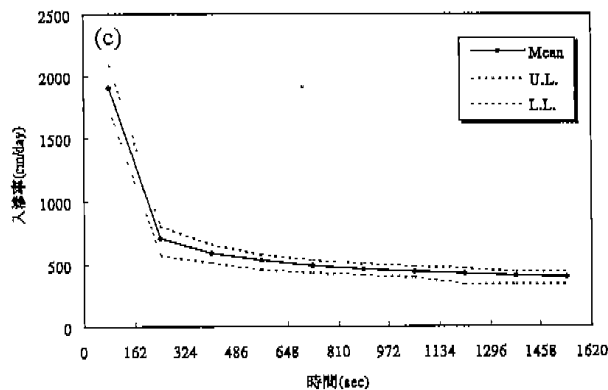
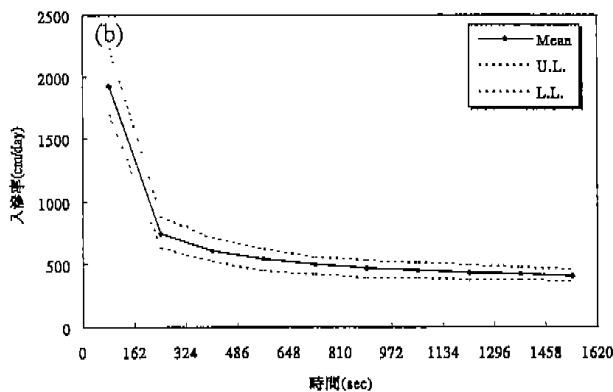
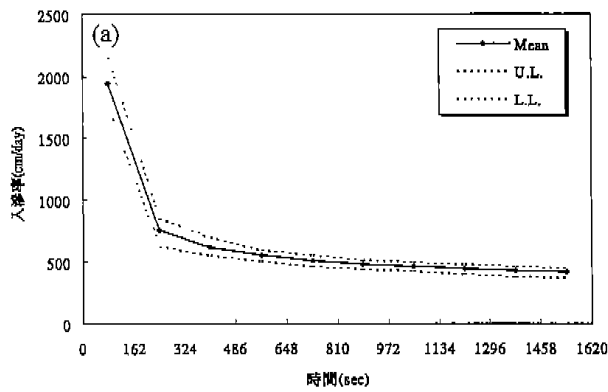
圖八 案例一序率模擬之入滲率變化 ( $K_s$  為 Log-Normal 分布)

× 20 個格網點) 隨機變數，而通過 K-S 檢定之隨機變數均符合特定機率分布，每組樣本之差異僅為其隨機變數在空間之排列方式而已，故本研究將模擬次數設為 400 次，以求得序率模擬結果所涵蓋之範圍及其平均值。圖八為序率模擬所得之所有入滲率變化曲線，圖中顯示每一組隨機變數均會產生不同之模擬結果。本研究將三種不同機率分布之序率模擬結果平均值及涵蓋範圍 (L.L. 為最低界限；U.L. 為最高界限) 繪製如圖九 (a) 至圖九 (c)。圖中顯示各種機率分布型態模擬結果並不相同， $K_s$  為 Gamma 分布時，平均值與上下限之差距是三種分布型態中最大者，其次為 Uniform 分布，最小者為 Log-Normal 分布，顯示  $K_s$  為 Log-Normal 分布時序率模擬結果較為集中，此與其隨機參數之分布型態及範圍有密切之關聯。

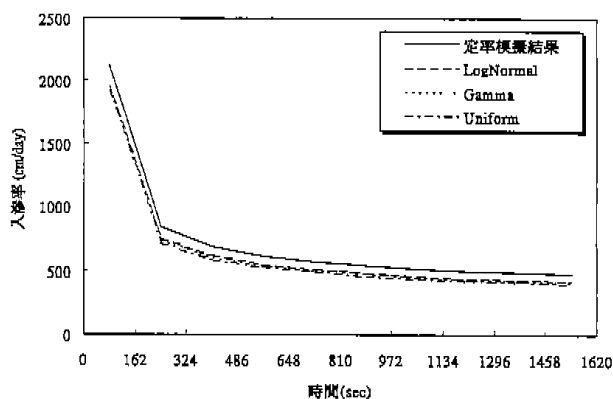
(c) 定率模擬結果與序率模擬結果之平均值比較如圖十所示，圖中顯示序率模擬之平均入滲率均小於定率模擬結果，在不同機率分布型態下，序率模擬之平均入滲率大小依序為對數常態 > 伽瑪 > 均勻分布。為探討其原因，

表一 案例一之蒙地卡羅模擬次數與結果比較

| 項目             | 模擬次數  | 時 區 (sec) |         |         |         |         |         |          |           |           |           |
|----------------|-------|-----------|---------|---------|---------|---------|---------|----------|-----------|-----------|-----------|
|                |       | 0~162     | 162~324 | 324~486 | 486~648 | 648~810 | 810~972 | 972~1134 | 1134~1296 | 1296~1458 | 1458~1620 |
| 平均入滲率 (cm/day) | 100 次 | 1,925.88  | 739.07  | 608.11  | 542.44  | 499.71  | 471.65  | 450.74   | 434.09    | 421.89    | 411.00    |
|                | 200 次 | 1,822.18  | 737.02  | 604.87  | 539.22  | 497.74  | 470.54  | 449.04   | 432.21    | 419.38    | 407.93    |
|                | 400 次 | 1,933.01  | 741.32  | 608.19  | 542.96  | 502.65  | 475.23  | 453.67   | 436.98    | 423.22    | 411.37    |
|                | 600 次 | 1,933.70  | 741.06  | 607.76  | 542.71  | 502.49  | 475.15  | 453.62   | 436.97    | 423.12    | 411.30    |
|                | 800 次 | 1,933.47  | 741.55  | 608.33  | 543.62  | 503.13  | 475.67  | 454.06   | 437.41    | 423.47    | 411.67    |

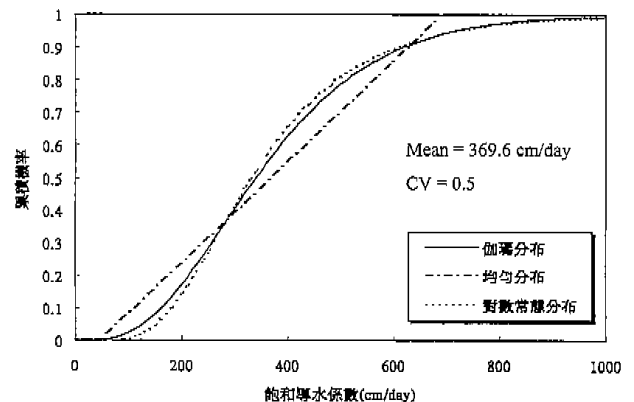


圖九 案例一序率模擬結果之平均值及涵蓋範圍  
(a)  $K_s$  為 Log-normal 分布 (b)  $K_s$  為 Gamma 分布 (c)  $K_s$  為 Uniform 分布



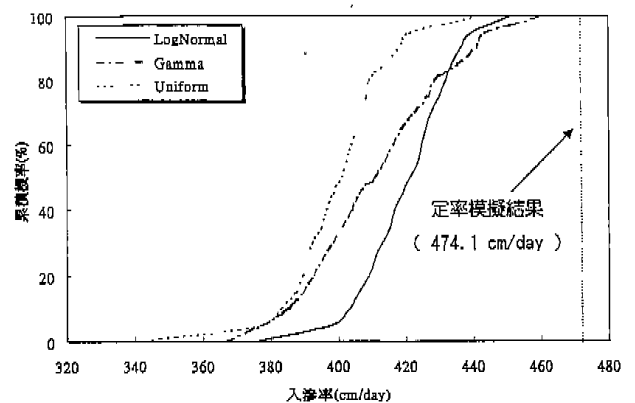
圖十 案例一之入滲模擬結果比較

可由三種機率分布之飽和導水係數累積機率圖(如圖十一所示)看出  $K_s$  為均勻分布時，透水性較小之土壤所佔比例最多，其次為伽瑪分布，比例最少者為對數常態分布，此一現象可解釋序率模擬之結果，雖然整個土層之入滲率平均值相同，但透水性小的土壤所佔比例愈大時，所造成的阻滯效果則愈明顯，故以整體來看，透水性小的土壤比透水性大的土壤更容易影響水分入滲之情況，在數值模擬時不可忽略此一影響。



圖十一 三種機率分布之飽和導水係數 CDF 曲線

(d) 若以模擬時間 1458 sec 至 1620 sec 間(第 10 時區)之平均入滲率視為此案例之穩定入滲率，並繪製其累積機率分布圖(如圖十二所示)，則可由圖中看出定率模擬結果高估入滲率之情況，第 10 時區平均入滲率之定率模擬結果為 474.1 cm/day，而序率模擬之結果均小於定率模擬結果。同上所述，此一現象亦由於定率模擬使用飽和導水係數之平均值進行模擬，因模擬區域內透水性較小之土壤不存在，故模擬所得之入滲率會較序率



圖十二 案例一之穩定入滲率累積機率分布圖



表二 六種實驗土壤之物理特性參數表\*

| 土壤種類     | $\theta_s$<br>(cm <sup>3</sup> /cm <sup>3</sup> ) | $\theta_r$<br>(cm <sup>3</sup> /cm <sup>3</sup> ) | $K_s$<br>(cm/day) | $\alpha$<br>(cm <sup>-1</sup> ) | $n$<br>(無因次) |
|----------|---------------------------------------------------|---------------------------------------------------|-------------------|---------------------------------|--------------|
| 1. 砂土(1) | 0.250                                             | 0.153                                             | 108.0             | 0.0079                          | 10.4         |
| 2. 砂土(2) | 0.312                                             | 0.026                                             | 370               | 0.044                           | 2.2          |
| 3. 壤土(1) | 0.469                                             | 0.190                                             | 303.0             | 0.0050                          | 7.09         |
| 4. 壤土(2) | 0.434                                             | 0.218                                             | 31.6              | 0.200                           | 2.76         |
| 5. 壤土(3) | 0.396                                             | 0.131                                             | 4.96              | 0.00423                         | 2.06         |
| 6. 黏土    | 0.446                                             | 0.0                                               | 0.082             | 0.00152                         | 1.17         |

\* 來源：van Genuchten (1980) 及 Touma and Vauclin (1986)

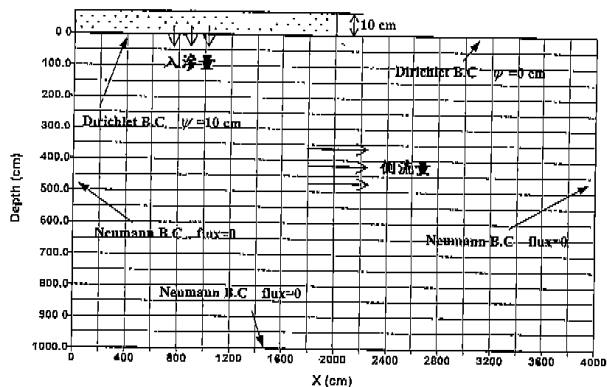
模擬結果為高。

(2) 案例二：探討非飽和土壤特性參數之異質性對入滲之影響

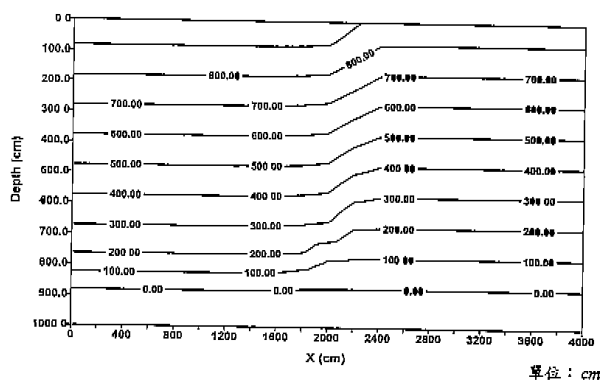
本案例利用相關變數之蒙地卡羅法製造土壤特性參數  $K_s$ 、 $\alpha$ 、 $n$ 、 $\theta_s$  及  $\theta_r$  及之隨機變數，探討非飽和土壤之異質性對入滲之影響，並改變飽和導水係數之變異係數以探討異質性大小之影響。由於  $\alpha$ 、 $n$ 、 $\theta_s$  及  $\theta_r$  之變異性範圍有限制，故將其變異係數設定為 0.25。本案例採用表二中第四種實驗土壤之物理特性參數進行模擬，土層假設為不可壓縮等向性土壤，模擬區域及格網如圖十三所示，土層左半邊上方為蓄水區，右半邊為非蓄水區，起始水壓均設為 -100 cm，模擬時距為 1 小時，共模擬 240 個時距，總模擬時間為 10 天。模擬區域之下邊界為不透水層，當水份垂直入滲至下邊界時產生側流現象，本案例針對滲流遇阻礙及未遇阻礙兩種情況進行討論。模擬結果說明如下：

#### (I) 定率模擬

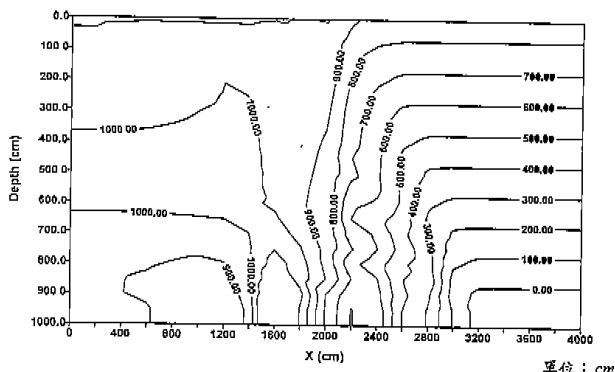
圖十四 (a) 與 (b) 分別為模擬 4 天與 10 天之總水頭等值線分布圖，模擬結果顯示，滲流在未遇阻礙前以垂直入滲為主，如 (a) 圖所示，且因蓄水



圖十三 案例二之模擬區域及格網圖



(a) 模擬時間 4 天



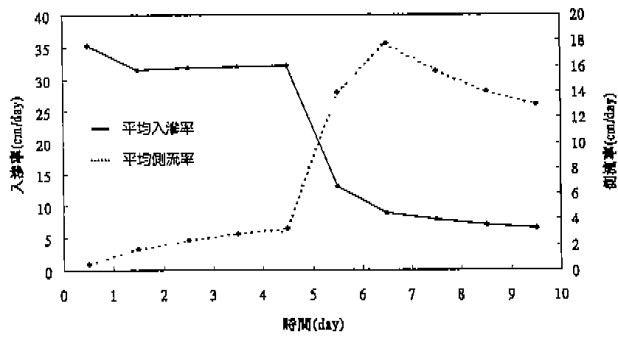
(b) 模擬時間 10 天

圖十四 案例二定率模擬之總水頭  $h$  分布圖

區與非蓄水區土壤之水頭差而造成些許側流。當垂直入滲之水流遇到阻水層後，水流會往旁邊側滲，如 (b) 圖所示。圖十五所示為定率模擬所得之平均入滲率及平均側流率變化曲線，分別為蓄水面  $Z=0$  之平均入滲率與  $X=2000$  cm 断面之平均側流率，模擬結果顯示水流在遇阻礙後入滲率急劇減小，而側流率則會突增。

#### (II) 序率模擬

序率模擬所採用之土壤特性參數之均值、變異係數及機率分布型態如表三所示。本研究針對 van Genuchten (1980) 及 Touma and Vauclin (1986)



圖十五 案例二之定率模擬結果

表三 案例二之土壤參數序率特性

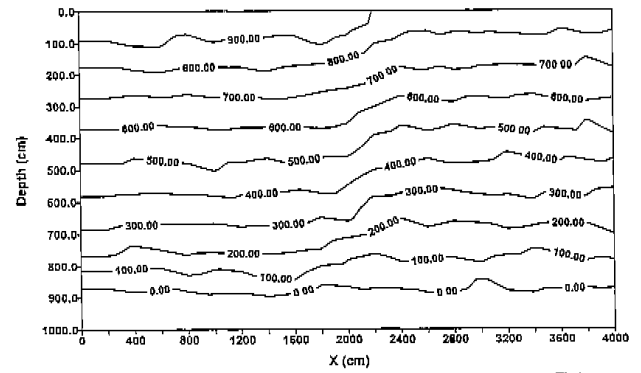
| 參數         | 平均值(Mean) | 變異係數(cv)      | 機率分布型態    |
|------------|-----------|---------------|-----------|
| $K_s$      | 31.6      | 0.10、0.25、0.5 | LogNormal |
| $\alpha$   | 0.2       | 0.25          | Uniform   |
| $n$        | 2.76      | 0.25          | Uniform   |
| $\theta_s$ | 0.434     | 0.25          | Uniform   |
| $\theta_r$ | 0.218     | 0.25          | Uniform   |

實驗之六組土壤特性參數(如表二所示)進行相關性分析, 所得到之相關係數矩陣如表四所示。本案例即以上述條件進行相關變數之蒙地卡羅模擬。模擬結果探討如下:

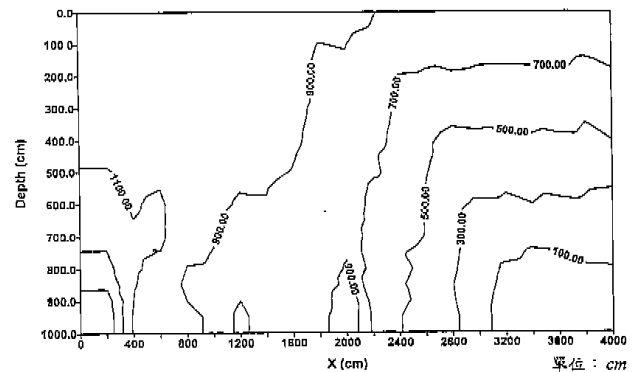
表四 案例二之土壤參數相關係數矩陣

| 參數         | $K_s$ | $\alpha$ | $n$  | $\theta_s$ | $\theta_r$ |
|------------|-------|----------|------|------------|------------|
| $K_s$      | 1     | 0.6      | 0.3  | -0.3       | -0.1       |
| $\alpha$   | 0.6   | 1        | -0.2 | -0.3       | -0.1       |
| $n$        | 0.3   | -0.2     | 1    | -0.5       | -0.7       |
| $\theta_s$ | -0.3  | -0.3     | -0.5 | 1          | 0.6        |
| $\theta_r$ | -0.1  | -0.1     | -0.7 | 0.6        | 1          |

(a) 圖十六(a)與(b)為序率模擬結果之隨機選取樣本, 分別為模擬4天與10天之總水頭 $h$ 等值線分布圖, 圖中顯示入滲之趨勢與定率模擬結果相似。序率模擬結果之平均值及涵蓋範圍如圖十七至十九所示, 其中之CV分別為10%、25%及50%。結果顯示變異係數愈大, 平均值與上下界限之差距就愈大, 以模擬時間9天至10天間之平均入滲率為例, 其平均值與上界限之差距分別為0.66、1.04及1.35 cm/day, 顯示土壤特性參數之變異性愈大, 序率模擬結果之變異性就愈大, 側流率之序率模擬結果亦有相同之趨勢。

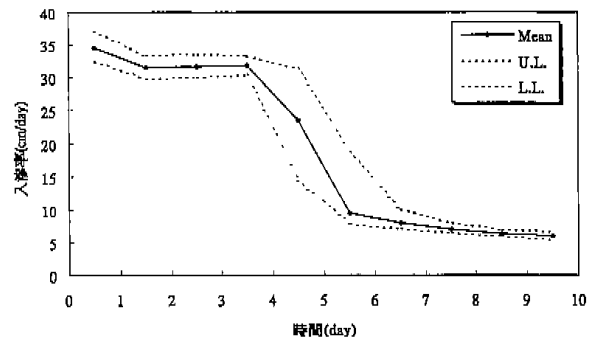


(a) 模擬時間4天

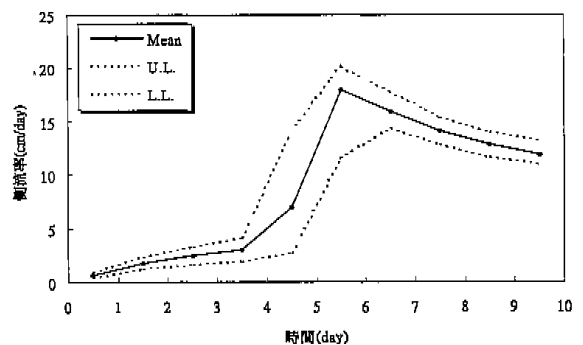


(b) 模擬時間10天

圖十六 案例二序率模擬之總水頭 $h$ 分布圖

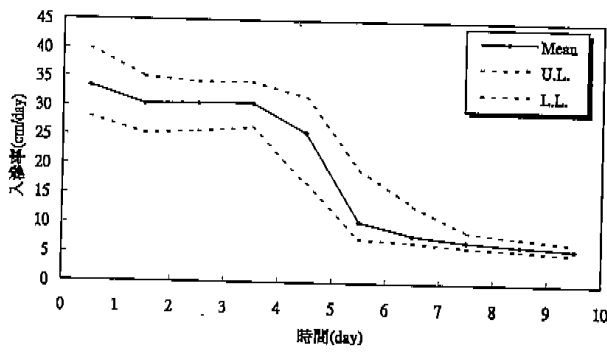


(a) 平均入滲率涵蓋範圍及均值

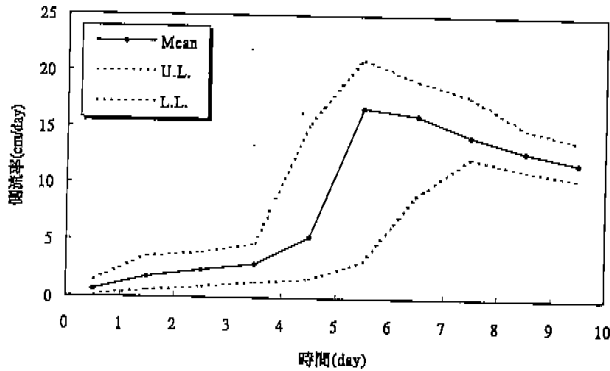


(b) 平均側流率涵蓋範圍及均值

圖十七 案例二之序率模擬結果( $K_s$ 之CV=10%)

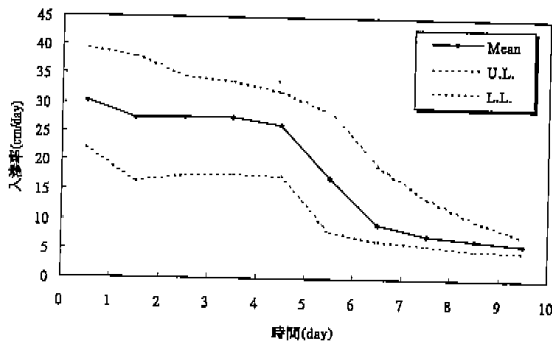


(a) 平均入滲率涵蓋範圍及均值

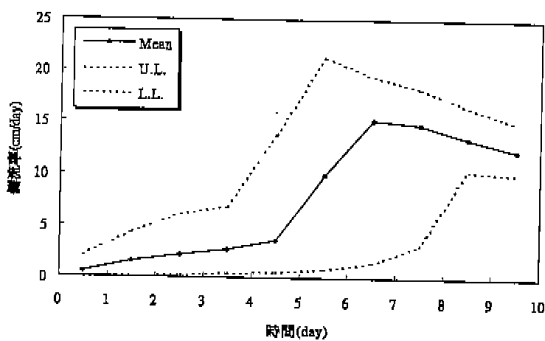


(b) 平均側流率涵蓋範圍及均值

圖十八 案例二之序率模擬結果 ( $K_s$  之 CV=25%)



(a) 平均入滲率涵蓋範圍及均值

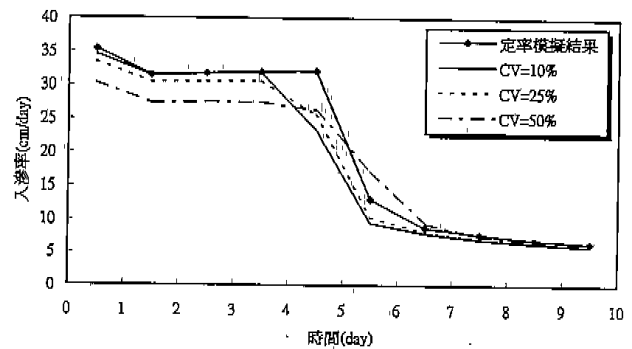


(b) 平均側流率涵蓋範圍及均值

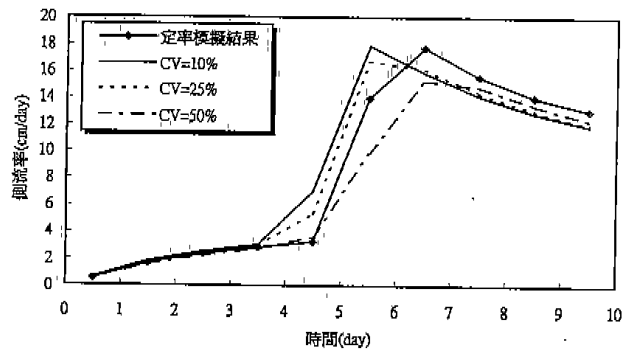
圖十九 案例二之序率模擬結果 ( $K_s$  之 CV=50%)

(b) 圖二十 (a) 與 (b) 所示為定率模擬與序率模擬所得之入滲率與側流率之比較，圖中顯示水流在未遇阻礙時，土壤特性參數之變異性愈大則入滲率越低，此一現象與案例一之模擬結果相同，即在垂直入滲情況下，透水性小的土壤所佔比例愈多，阻流效果愈大。當滲流較慢時，蓄水區與非蓄水區之水頭差異較小，故側流率亦較低。而入滲到達不透水層後，土壤水移動即以側流為主，此時土壤變異性愈大，側流率及入滲率反而愈高，圖中顯示之變異性為 50% 時，入滲率受阻降低之幅度最小，其變化亦較為平緩。

(c) 以模擬時間 2-3 天及 9-10 天之平均入滲率，分別代表阻流前後之穩定入滲率，則可利用序率模擬所得之穩定入滲率繪製其累積機率分布圖 (如圖二十一所示)。此案例之定率模擬結果顯示在阻流前後之穩定入滲率分別為 31.9 cm/day 及 6.5 cm/day，與序率模擬結果之比較顯示當  $K_s$  之變異性分別為 10%、25% 及 50% 時，未遇阻礙前之定率穩定入滲率所對應之累積機率值為 0.54、

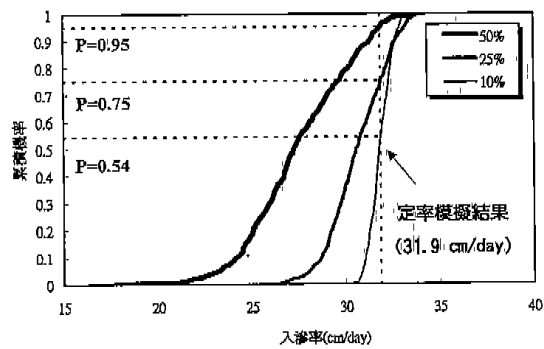


(a) 入滲率

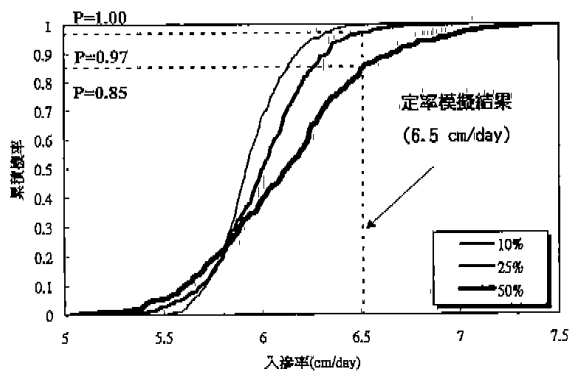


(b) 側流率

圖二十 案例二之模擬結果比較



(a)阻流前



(b)阻流後

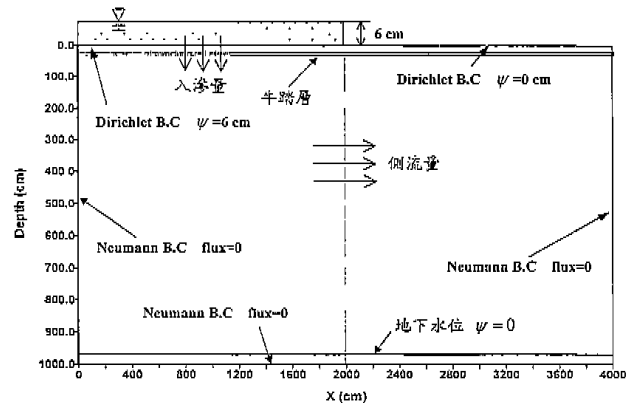
圖二十一 案例二序率模擬所得之穩定入滲率累積機率分布圖

0.75 及 0.95，此表示定率模擬結果高估入滲率之機率分別為 54%、75% 及 95%。同理在阻流後定率模擬結果高估入滲率之機率則分別為 100%、97% 及 85%，而且定率模擬所得之入滲率均會大於序率模擬結果之中間值（累積機率為 0.5 之平均入滲率），此現象與案例一模擬結果相似，定率模擬無法反映土層中透水性較小之土壤，因此其模擬結果高估入滲率之機率較大。

### (3) 案例三：探討試驗田實際入滲案例

本案例以彰化農田水利會田中試驗田區土壤特性實測資料（劉振宇，1998）進行數值模擬，現地土

壤可分為六層，本研究依模擬需求選定地下水位上方之五層土壤進行模擬，各層土壤特性參數及模擬分層狀態如表五所示。模擬依據現場量測之地下水位，設於地表下 9.8 m 處，蓄水田區之上邊界以定水頭 6 cm 進行模擬，模擬範圍及邊界設定如圖二十二所示。起始水壓乃根據研究報告（劉振宇，1998）設為 -1.2 m，模擬時距為 1800 sec，共模擬 240 個時距，總模擬時間為 5 天。模擬結果分別說明如下：



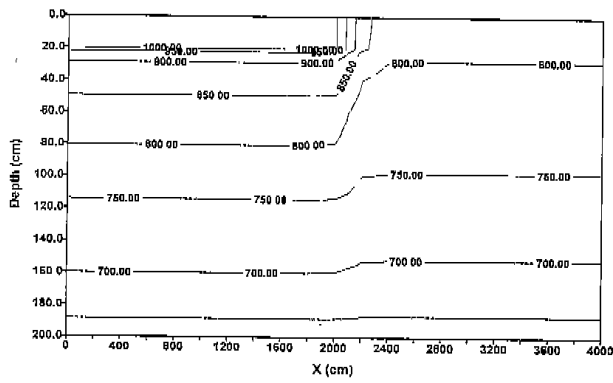
圖二十二 案例三之模擬範圍示意圖

### (I) 定率模擬

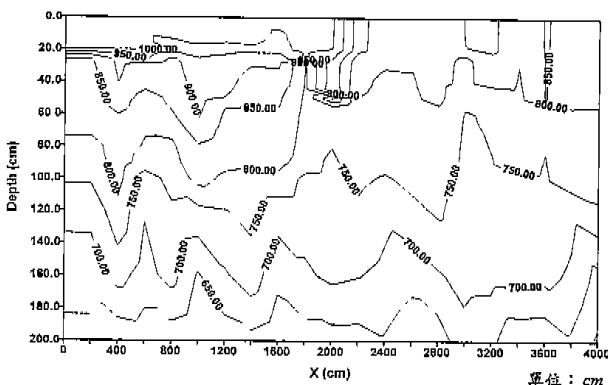
本案例在模擬時間為 5 天時入滲仍未到達深層土壤，故以深度 200 cm 以上區域作為討論之範圍。圖二十三 (a) 為模擬時間 5 天之總水頭  $h$  等值線分布圖。模擬結果顯示，水份入滲因牛路層（深度 20 至 27.5 cm 處）之阻流效果，在牛路層下方以非飽和土壤水流型態往下入滲，在深度 20 cm 處因土層上下之水頭差較大，等值線出現較為緊密之情況。圖二十四為定率模擬所得之平均入滲率變化曲線，圖中顯示牛路層之阻水效果使模擬時間 1 天後入滲率即趨於穩定，其值約在 0.53 cm/day 左右。同時也因牛路層之阻水效應，使牛路層上方泥濘層之側流量相對增加，但其他土層之側流率則並不明顯，故本案例僅探討泥濘層之側流率，圖中顯示泥

表五 案例三之土壤特性資料與模擬分層狀態

| 土層   | $K_r$ | $\theta_s$ | $\theta_r$ | $\alpha$ | $n$  | 深度              | 垂直格網層數 |
|------|-------|------------|------------|----------|------|-----------------|--------|
| 泥濘層  | 1.72  | 0.493      | 0.20       | 0.004    | 1.49 | 0~( 20) cm      | 3      |
| 牛路層  | 0.055 | 0.472      | 0.0        | 0.002    | 1.55 | ( 20)~(27.5) cm | 3      |
| 粉土層  | 1.1   | 0.483      | 0.21       | 0.004    | 1.52 | (27.5)~( 60) cm | 7      |
| 紅壤土層 | 1.6   | 0.4875     | 0.1        | 0.004    | 1.91 | ( 60)~( 800) cm | 11     |
| 黑黏壤土 | 1.5   | 0.475      | 0.0        | 0.004    | 1.36 | (800)~(1000) cm | 2      |

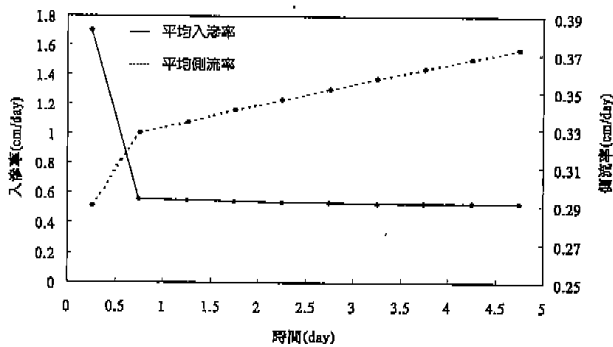


(a) 定率模擬



(b) 序率模擬

圖二十三 案例三模擬所得之總水頭  $h$  分布圖  
(模擬時間5天)



圖二十四 案例三之定率模擬結果

滯層之側流率在模擬時間1天後亦趨於穩定，但隨著非蓄水區之土壤含水量增加而緩慢增加。

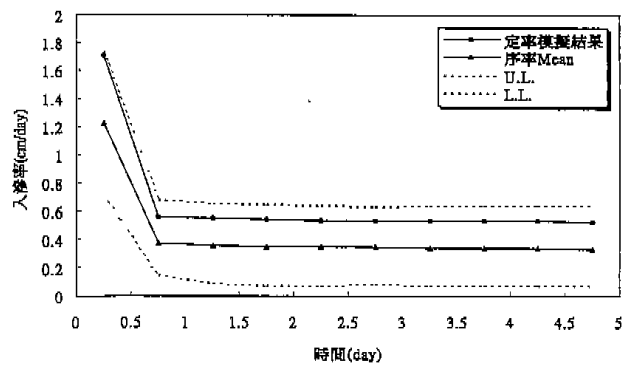
## (II) 序率模擬

序率模擬以實測土壤資料作為土壤特性參數之均值，並根據前述模擬結果，採用變異係數為25%，各參數之機率分布型態及相關係數與案例二相同。模擬結果討論如下：

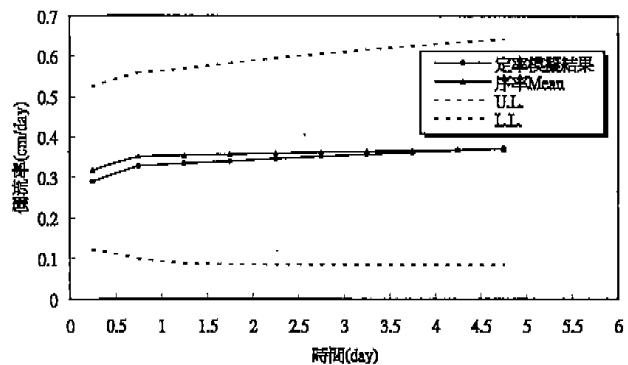
(a) 圖二十三 (b) 為序率模擬結果之隨機抽樣樣本，為模擬時間5天之總水頭  $h$  等值線分布圖。由模擬結果可看出入滲之趨勢與定率模

擬結果類似，但因土壤異質性而產生不均勻之滲流。

(b) 圖二十五 (a) 與 (b) 為定率與序率模擬結果之比較，圖中顯示定率模擬所得之入滲率大於序率模擬所得之入滲率平均值，且定率模擬結果介於序率模擬結果之平均值與上界限之間，表示定率模擬之結果有高估入滲率之趨勢。而泥滯層之側流率比較結果顯示，定率模擬結果與序率模擬結果之平均值差異並不大。此案例之結果顯示在模擬時間1天後入滲率即趨於穩定，序率模擬所得之穩定入滲率累積機率曲線如圖二十六所示。試驗田區實測之平均入滲率為0.36 cm/day，而根據常用之陳李經驗公式所計算之入滲率約0.83 cm/day (劉振宇, 1998)，本案例之定率模擬所得穩定入滲率為0.53 cm/day，顯示定率模擬結果與經驗公式均有高估入滲之情形，其中定率模擬結果所對應之累積機率值為97%，而實測入滲率所對應之累積機率值為57%，接近中間值，而現地實測之

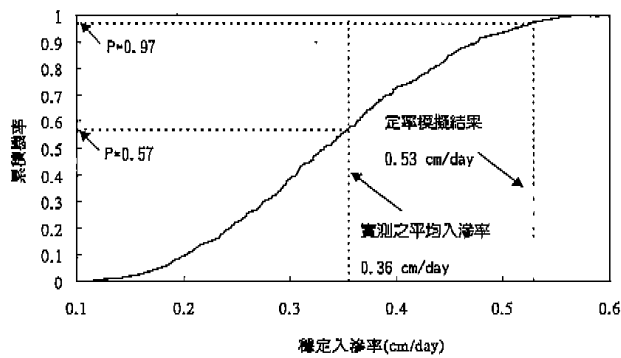


(a) 入滲率



(b) 泥滯層側流率

圖二十五 案例三定率模擬與序率模擬結果之比較



圖二十六 案例三序率模擬所得之穩定入滲率累積機率分布圖

入滲率範圍介於 0.29~0.77 cm/day 之間，亦與序率模擬結果所涵蓋之範圍較吻合。

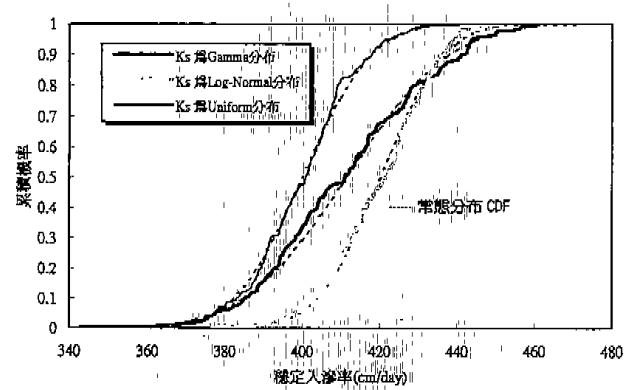
#### (4) 穩定入滲率之機率分布型態

本研究利用序率模擬可求得多組穩定入滲率曲線，並可根據這些入滲率計算其平均值與標準偏差，藉由序率模擬結果可找出入滲率之機率分布型態。本研究以各種機率分布之 CDF 曲線對案例二之三種穩定入滲率累積機率曲線進行套配（如圖二十七所示），發現常態分布之 CDF 曲線可套用在各種入滲率累積機率曲線。此一結果可應用在地下水數值模式之風險評估上，若配合平均入滲率及變異性等資料，便可利用常態分布 CDF 曲線估計定率模式所求入滲率之誤差及風險。

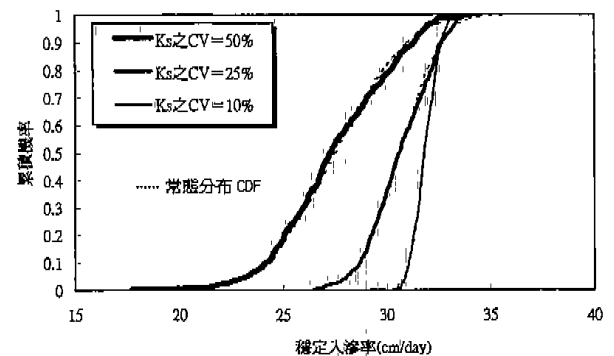
## 五、結 論

本研究利用自行發展之二維非飽和土壤水模式及蒙地卡羅模擬法，探討非飽和土壤異質性對入滲之影響，所得結論如下：

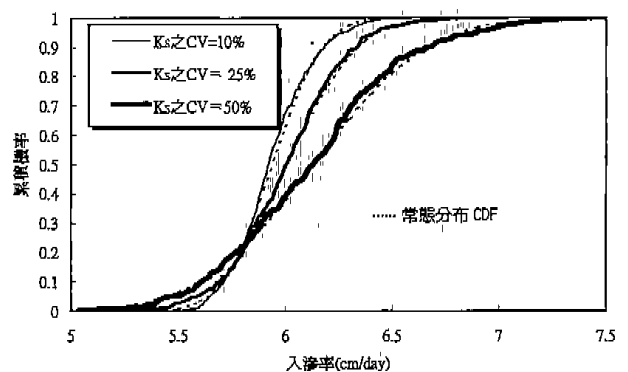
- (1) 垂直入滲受到導水性較小之土壤影響較鉅，土層中導水性較小之土壤所佔比例愈大時，所造成之阻滯效果愈明顯。不考慮土壤異質性所得到之模擬結果高估入滲率之機率相當高。土壤參數之變異性愈大，則模擬所得之入滲率及側流率變異性亦愈大。水分入滲至不透水層後其移動以側流為主，此時入滲率及側流率均隨土壤之變異性而增大。
- (2) 根據本研究模擬結果顯示定率模式與常用之經驗公式有高估入滲之趨勢，考慮土壤異質性之序率模擬結果與實測入滲較為接近，實測之入滲率範圍亦與序率模擬結果涵蓋之範圍較吻合。



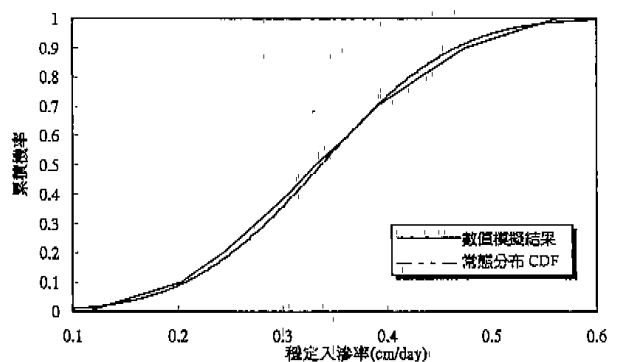
(a) 案例一穩定入滲率之累積機率圖



(b) 案例二穩定入滲率(阻滯前)之累積機率圖



(c) 案例二穩定入滲率(阻滯後)之累積機率圖



(d) 案例三穩定入滲率之累積機率圖

圖二十七 各案例之穩定入滲率 CDF 曲線比較

(3)本研究僅針對非飽和土壤水力特性之機率分布型態、變異性及參數間之相關性進行探討，有關土壤參數之空間相關性結構及方向性在本文中並未加以討論，未來可針對這些項目配合序率微分方程式進行比較分析。

## 謝

## 誌

本研究承蒙行政院農委會補助計畫經費，研究期間承台大農工系劉振宇教授提供現地實測資料，特此致謝。

## 參 考 文 獻

1. 劉振宇，『增加水田地下水涵養補注方法之評估』，農委會研究計畫報告，台大農工系，1998。
2. Ang, A. H-S., and W. H. Tang, *Probability concepts in engineering planning and design, Vol. II: Decision, risk, and reliability*. John Wiley and Sons, Inc., New York, N.Y., 1984.
3. Belmans, C., J. G. Wesseling and R. A. Feddes, Simulation model of the water balance of a cropped soil: SWATRE. *Journal of Hydrology*, 63: 271-286, 1981.
4. Bornhoft, D., A simulation model for the description of the one-dimensional vertical soil water flow in the unsaturated zone. *Ecological Modelling*, 75/76: 269-278, 1994.
5. Broadbridge, P. and I. White, Constant rate rainfall infiltration: A versatile nonlinear model. *Water Resour. Res.*, 24: 145-154, 1988.
6. Celia, M. A., L. R. Ahuja, and G. F. Pinder, Orthogonal collocation and alternating-direction procedures for unsaturated flow problems. *Adv. Water Resour.*, 10: 178-187, 1987.
7. Delhomme, J. P., Spatial variability and uncertainty in groundwater flow parameters: A geostatistical approach, *Water Resour. Res.*, 15(2), 269-280, 1979.
8. Der Kiureghian, A., and Liu, P. L., Structural reliability under incomplete probability information. *J. Engrg. Mech.*, ASCE, 112: 85-104, 1985.
9. Franke, H.-J. and G. Teutsch, Stochastic simulation of the regional pesticide transport including the unsaturated and the saturated zone. *Ecological Modelling*, 75/76: 529-539, 1994.
10. Freeze, R. A., Three-dimensional, transient, saturated-unsaturated flow in a groundwater basin. *Water Resour. Res.*, 7: 347-366, 1971.
11. Freeze, R. A., A stochastic-conceptual analysis of one-dimensional groundwater flow in non-uniform, homogeneous media, *Water Resour. Res.*, 11(5), 725-741, 1975.
12. Gelhar, L. W., *Stochastic Subsurface Hydrology*, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, NJ, 1993.
13. Haverkamp, R., M. Vauclin, J. Touma, P. J. Wierenga, and G. Vachaud, A comparison of numerical simulation models for one-dimensional infiltration. *Soil Sci. Soc. Am. J.*, 41: 285-293, 1977.
14. Hillel, D., *Fundamentals of soil physics*, Academic press, San Diego, Calif., 1980.
15. Mantoglou, A., and L. W. Gelhar, Stochastic modeling of large-scale transient unsaturated flow systems. *Water Resour. Res.*, 23: 37-46, 1987.
16. Melching, C. S., and S. Anmangandla, Improved first-order uncertainty method for water-quality modeling. *J. Envir. Engrg.*, ASCE, 118: 791-805, 1992.
17. Nataf, A., Determination des distribution don't les marges sont donnees. *Comptes Rendus de l'Academie des Sciences*, 225, Paris, France, pp42-43, 1962.
18. Parrish, R. S. Generating random variates from multivariate Pearson distributions. *Computational Statistics and Data Analysis*, 9: 283-296, 1990.
19. Philip, J.R., The theory of infiltration, *Soil Sci.*, 83: 345-357, 1957.
20. Rajesh, S., and T.-C. J. Yeh, Analytical solutions for one-dimensional, transient infiltration toward the water table in homogeneous and layered soil. *Water Resour. Res.*, 27: 753-762, 1991.
21. Ten Berge, H. F. M., K. Metselaar, M. J. W. Hansen, and E.M. de San Agustin, The SAWAH riceland hydrology model. *Water Resour. Res.*, 31: 2721-2732, 1995.
22. Touma, J., and Vauclin, M., Experimental and numerical analysis of two phase infiltration in partially saturated soil. *Transport in Porous Media*, 1: 28-55, 1986.
23. Van der Zee, S. and Boesten, J., Effects of soil heterogeneity on pesticide leaching to groundwater. *Water Resour. Res.*, 27: 3051-3063, 1991.
24. van Genuchten, M. Th., A closed-form equation for predicting the hydraulic conductivity of unsaturated soils. *Soil Sci. Soc. Am. J.*, 44: 892-898, 1980.
25. Young, D. M., Jr., The numerical solution of elliptic and parabolic partial differential equations. in *Survey of Numerical Analysis*, edited by J. Todd, pp380-438, McGraw-Hill, New York, 1962.
26. Warren, J. E., and H. S. Price, Flow in heterogeneous porous media, *Soc. Petrol. Eng. J.*, 1, 153-

- 169, 1961.
27. Warrick, A. W., An analytical solution to Richard's equation for time-varying infiltration. *Water Resour. Res.*, 27: 763-766, 1991.
28. Yeh G. T., 3DFMWATER: A three-dimensional finite element model of water flow through saturate-unsaturated media. ORNL-6386, Union Carbide Corp., Nuclear Div., Oak Ridge Natl. Lab., 1987.
29. Zabra, R. L., A general mass-conservation numerical solution for the unsaturated flow equation. *Water Resour. Res.*, 26: 1483-1496, 1990.

收稿日期：民國 88 年 8 月 4 日

修正日期：民國 88 年 9 月 6 日

接受日期：民國 88 年 9 月 9 日